# Exámenes de Selectividad

Física. Andalucía 2020, Extraordinaria

mentoor.es

# Ejercicio 1. Campo Gravitatorio

a) **Defina el concepto de energía mecánica de una partícula y explique cómo varía si sobre ella actúa una fuerza:**
   i. **Conservativa.**
   ii. **No conservativa.**

b) **Un bloque de 5 kg de masa desliza, partiendo del reposo, por un plano inclinado que forma un ángulo de 30º con la horizontal desde una altura de 10 m. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es de 0,2.**
   i. **Represente en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre el bloque durante la bajada.**
   ii. **Determine el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento en ese desplazamiento.**
   iii. **Calcule mediante consideraciones energéticas la velocidad con la que llega a la base del plano inclinado.**

**Dato:** $g = 9{,}8\,\mathrm{m\ s^{-2}}$

**Solución:**

a) **Defina el concepto de energía mecánica de una partícula y explique cómo varía si sobre ella actúa una fuerza:**
   i. **Conservativa.**

La energía mecánica de una partícula es la suma de su energía cinética ($E_c$) y su energía potencial ($E_p$):

$$\boldsymbol{E_{\mathrm{m}} = E_{\mathrm{c}} + E_{\mathrm{p}}}.$$

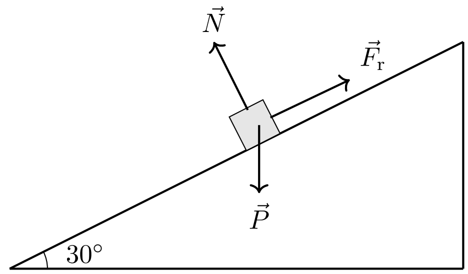
**Cuando actúa una fuerza conservativa sobre la partícula, la energía mecánica se conserva.** Esto significa que aunque la energía cinética y la energía potencial puedan intercambiarse, la suma total permanece constante. Un ejemplo de fuerza conservativa es la fuerza de la gravedad. En ausencia de rozamiento, al lanzar un objeto hacia arriba, su energía cinética disminuye mientras que su energía potencial aumenta, manteniendo constante la energía mecánica total.

   ii. **No conservativa.**

**Si actúa una fuerza no conservativa, como la fuerza de rozamiento, la energía mecánica de la partícula disminuye progresivamente.** Esto se debe a que las fuerzas no conservativas realizan trabajo que transforma parte de la energía mecánica en otras formas de energía, como el calor, lo que resulta en una pérdida de energía mecánica. Por ejemplo, al deslizar un objeto sobre una superficie rugosa, la energía mecánica se va disipando hasta que el objeto se detiene.

b) **Un bloque de 5 kg de masa desliza, partiendo del reposo, por un plano inclinado que forma un ángulo de 30º con la horizontal desde una altura de 10 m. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es de 0,2.**
   i. **Represente en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre el bloque durante la bajada.**

A continuación se presenta un esquema de las fuerzas que actúan sobre el bloque mientras desciende por el plano inclinado:




Descripción de las fuerzas:
* Peso ($\vec{P}$): Fuerza gravitatoria que actúa verticalmente hacia abajo.
* Fuerza Normal ($\vec{N}$): Fuerza perpendicular al plano inclinado que ejerce el plano sobre el bloque.
* Fuerza de Rozamiento ($\vec{F_r}$): Fuerza que actúa en sentido opuesto al movimiento, paralela al plano inclinado.

**ii. Determine el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento en ese desplazamiento.**

El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento se calcula mediante la fórmula:

$$W_r = \vec{F_r} \cdot d \cdot \cos\theta,$$

donde:
* $\vec{F_r}$ es la magnitud de la fuerza de rozamiento,
* $d$ es el desplazamiento a lo largo del plano inclinado,
* $\theta$ es el ángulo entre la fuerza de rozamiento y el desplazamiento.

Primero, determinamos el desplazamiento $d$. Dado que el bloque desciende desde una altura $h = 10\,\text{m}$ por un plano inclinado de ángulo 30°, el desplazamiento se calcula como:

$$d = \frac{h}{\sin 30^\circ} = \frac{10\,\text{m}}{0{,}5} = 20\,\text{m}.$$

La fuerza normal $N$ está dada por:

$$N = m \cdot g \cdot \cos 30^\circ = 5\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \cos 30^\circ = 42{,}49\,\text{N}.$$

La fuerza de rozamiento $F_r$ es:

$$F_r = \mu \cdot N = 0{,}2 \cdot 42{,}49\,\text{N} = 8{,}498\,\text{N}.$$

El ángulo $\theta$ entre la fuerza de rozamiento y el desplazamiento es 180°, ya que actúan en sentidos opuestos. Por lo tanto:

$$W_r = 8{,}498\,\text{N} \cdot 20\,\text{m} \cdot \cos 180^\circ = 8{,}498 \cdot 20 \cdot (-1) = -169{,}96\,\text{J}.$$

**Por lo tanto, el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es $\boldsymbol{W_r = -169{,}96\,\text{J}}$.**

**iii. Calcule mediante consideraciones energéticas la velocidad con la que llega a la base del plano inclinado.**

Aplicamos el principio de conservación de la energía, considerando el trabajo realizado por fuerzas no conservativas:

$$E_{\text{m inicial}} + W_{\text{nc}} = E_{\text{m final}},$$

donde:
* $E_{\text{m inicial}} = m \cdot g \cdot h$ es la energía potencial inicial,

* $W_{\text{nc}} = W_r$ es el trabajo realizado por fuerzas no conservativas (rozamiento),
* $E_{\text{m final}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ es la energía cinética final.

Reorganizando la ecuación:

$$m \cdot g \cdot h + W_r = \frac{1}{2} m \cdot v^2.$$

Sustituyendo los valores conocidos:

$$5\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 10\,\text{m} + (-169{,}96\,\text{J}) = \frac{1}{2} \cdot 5\,\text{kg} \cdot v^2 \quad \Rightarrow \quad 320{,}04\,\text{J} = \frac{1}{2} \cdot 5\,\text{kg} \cdot v^2 \quad \Rightarrow \quad 320{,}04\,\text{J} = 2{,}5\,\text{kg} \cdot v^2.$$

Despejamos $v$:

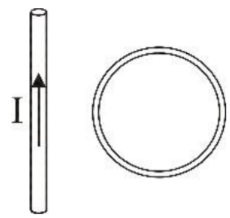
$$v^2 = \frac{320{,}04\,\text{J}}{2{,}5\,\text{kg}} = 128{,}016\,\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{128{,}016} = 11{,}32\,\text{m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

**Por lo tanto, la velocidad con la que el bloque llega a la base del plano inclinado es $v = 11{,}32\,\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.**

# Ejercicio 2. Campo Electromagnético

a) **Se sitúa una espira circular junto a un hilo recto muy largo por el que circula una corriente $\boldsymbol{I}$, tal y como se muestra en la figura. Razone si se produce corriente inducida y justifique el sentido de la misma en los siguientes casos:**
   i. **La espira se mueve paralela al hilo.**
   ii. **La espira se mueve hacia la derecha, alejándose del hilo.**

b) **Una espira cuadrada de 4 cm de lado, situada inicialmente en el plano XY, está inmersa en un campo magnético uniforme de 3 T, dirigido en el sentido positivo del eje X. La espira gira con una velocidad angular de 100 rad $\mathbf{s^{-1}}$ en torno al eje Y. Calcule razonadamente, apoyándose en un esquema:**
   i. **El flujo magnético en función del tiempo.**
   ii. **La fuerza electromotriz inducida en función del tiempo.**




**Solución:**

a) **Se sitúa una espira circular junto a un hilo recto muy largo por el que circula una corriente $\boldsymbol{I}$, tal y como se muestra en la figura. Razone si se produce corriente inducida y justifique el sentido de la misma en los siguientes casos:**
   i. **La espira se mueve paralela al hilo.**

En este caso, la espira se desplaza paralelamente al hilo conductor sin cambiar la distancia entre ellos. Como la configuración geométrica no varía, el flujo magnético que atraviesa la espira permanece constante. Según la ley de Faraday-Lenz, si el flujo magnético a través de una espira no cambia, no se induce una fuerza electromotriz ($\epsilon$) en la espira:

$$\frac{d\Phi}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \epsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = 0.$$

Por la ley de Ohm, si la fuerza electromotriz es cero, no hay corriente inducida en la espira:

$$I_{\text{inducida}} = \frac{\epsilon}{R} = 0.$$

**Por lo tanto, no se produce corriente inducida cuando la espira se mueve paralela al hilo.**

   ii. **La espira se mueve hacia la derecha, alejándose del hilo.**

En este caso, al mover la espira hacia la derecha, se incrementa la distancia entre la espira y el hilo conductor. Dado que el campo magnético alrededor de un hilo recto disminuye con la distancia, al alejarse la espira, la densidad del flujo magnético que atraviesa la espira disminuye. Por lo tanto, el flujo magnético $\Phi$ disminuye con el tiempo:

$$\frac{d\Phi}{dt} < 0 \quad \Rightarrow \quad \epsilon = -\frac{d\Phi}{dt} > 0.$$

Según la ley de Faraday-Lenz, la corriente inducida generará un campo magnético que se opone a la disminución del flujo original. Aplicando la regla de la mano derecha, determinamos el sentido de la corriente inducida.

**Por lo tanto, se produce una corriente inducida en la espira cuyo sentido es tal que genera un campo magnético que intenta mantener constante el flujo, oponiéndose al cambio causado por el movimiento de la espira.**

b) **Una espira cuadrada de 4 cm de lado, situada inicialmente en el plano XY, está inmersa en un campo magnético uniforme de 3 T, dirigido en el sentido positivo del eje X. La espira gira con una velocidad angular de 100 rad s$^{-1}$ en torno al eje Y. Calcule razonadamente, apoyándose en un esquema:**

i. **El flujo magnético en función del tiempo.**

El flujo magnético $\Phi$ a través de la espira se define como:

$$\Phi(t) = B \cdot A \cdot \cos(\theta(t)),$$

donde:

* $B = 3\,\text{T}$ es la magnitud del campo magnético,
* $A = (0{,}04\,\text{m})^2 = 0{,}0016\,\text{m}^2$ es el área de la espira cuadrada,
* $\theta(t)$ es el ángulo entre el campo magnético y la normal a la superficie de la espira en el tiempo $t$.

Dado que la espira gira con una velocidad angular $\omega = 100\,\text{rad s}^{-1}$ en torno del eje Y, el ángulo $\theta(t)$ varía con el tiempo como:

$$\theta(t) = \omega t + \frac{\pi}{2}.$$

Entonces, el flujo magnético en función del tiempo es:

$$\Phi(t) = B \cdot A \cdot \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) = 3 \cdot 0{,}0016 \cdot \cos(100t + \frac{\pi}{2}) = 0{,}0048 \cdot \cos(100t + \frac{\pi}{2})\,\text{Wb}.$$

**Por lo tanto, el flujo magnético en función del tiempo es $\boldsymbol{\Phi(t) = 0{,}0048 \cdot \cos(100t + \frac{\pi}{2})}$ Wb.**

ii. **La fuerza electromotriz inducida en función del tiempo.**

Según la ley de Faraday-Lenz, la fuerza electromotriz ($\epsilon$) inducida en la espira está dada por:

$$\epsilon(t) = -\frac{d\Phi(t)}{dt}.$$

Derivando el flujo magnético respecto al tiempo:

$$\frac{d\Phi(t)}{dt} = -0{,}0048 \cdot 100 \cdot \sin(100t + \frac{\pi}{2}) = -0{,}48 \cdot \sin(100t + \frac{\pi}{2})\,\text{V}.$$

Entonces,

$$\epsilon(t) = -\left(-0{,}48 \cdot \sin(100t + \frac{\pi}{2})\right) = 0{,}48 \cdot \sin(100t + \frac{\pi}{2})\,\text{V}.$$

**Por lo tanto, la fuerza electromotriz inducida en función del tiempo es $\boldsymbol{\epsilon(t) = 0{,}48 \cdot \sin(100t + \frac{\pi}{2})}$ V.**

# Ejercicio 3. Ondas

a) **Dos ondas armónicas se propagan por el mismo medio a igual velocidad, con la misma amplitud, la misma dirección de propagación y la frecuencia de la primera es el doble que la de la segunda.**
   i. **Compare la longitud de onda y el periodo de ambas ondas.**
   ii. **Escriba la ecuación de la segunda onda en función de las magnitudes de la primera.**

b) **La ecuación de una onda que se propaga por una cuerda tensa es:**

$$\boldsymbol{y(x,t) = 5\sin(50\pi t - 20\pi x)\ \text{(S.I.)}.}$$

**Calcule:**
   i. **La velocidad de propagación de la onda.**
   ii. **La velocidad del punto $x = 0$ de la cuerda en el instante $t = 1\,\text{s}$.**
   iii. **La diferencia de fase, en un mismo instante, entre dos puntos separados 1 m.**

**Solución:**

a) **Dos ondas armónicas se propagan por el mismo medio a igual velocidad, con la misma amplitud, la misma dirección de propagación y la frecuencia de la primera es el doble que la de la segunda.**
   i. **Compare la longitud de onda y el periodo de ambas ondas.**

Denotemos las magnitudes de la primera onda como $y_1(x,t) = A\sin(\omega_1 t - k_1 x)$ y las de la segunda onda como $y_2(x,t) = A\sin(\omega_2 t - k_2 x)$, donde $A$ es la amplitud común, $\omega$ la frecuencia angular y $k$ el número de onda. Según el enunciado, la frecuencia de la primera onda es el doble que la de la segunda:

$$f_1 = 2f_2.$$

Recordemos que la frecuencia angular está relacionada con la frecuencia mediante:

$$\omega = 2\pi f.$$

Entonces,

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi(2f_2) = 4\pi f_2 = 2\omega_2.$$

Además, como ambas ondas se propagan a la misma velocidad $v$, y la velocidad de propagación está dada por:

$$v = \lambda f,$$

donde $\lambda$ es la longitud de onda y $f$ la frecuencia, por lo que

$$v = \lambda_1 f_1 = \lambda_2 f_2.$$

Sustituyendo $f_1 = 2f_2$:

$$v = \lambda_1(2f_2) = \lambda_2 f_2 \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = \frac{\lambda_2}{2}.$$

En cuanto al periodo $T$, que es el inverso de la frecuencia:

$$T = \frac{1}{f}.$$

Entonces,

$$T_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{1}{2f_2} = \frac{T_2}{2}.$$

**Por lo tanto, la longitud de onda de la primera onda es la mitad que la de la segunda, y su periodo es la mitad también.**

**ii. Escriba la ecuación de la segunda onda en función de las magnitudes de la primera.**

Sabemos que la primera onda está dada por:

$$y_1(x,t) = A\sin(\omega_1 t - k_1 x).$$

Dado que

$$\omega_1 = 2\omega_2 \quad \text{y} \quad k_1 = 2k_2,$$

la segunda onda se puede expresar en términos de $y_1$ de la siguiente manera:

$$y_2(x,t) = A\sin\left(\frac{\omega_1}{2}t - \frac{k_1}{2}x\right) = A\sin\left(\omega_2 t - k_2 x\right).$$

**Por lo tanto, la ecuación de la segunda onda es $y_2(x,t) = A\sin(\omega_2 t - k_2 x)$, donde $\omega_2 = \frac{\omega_1}{2}$ y $k_2 = \frac{k_1}{2}$.**

**b) La ecuación de una onda que se propaga por una cuerda tensa es:**

$$\boldsymbol{y(x,t) = 5\sin(50\pi t - 20\pi x)\ \text{(S.I.)}.}$$

**Calcule:**

**i. La velocidad de propagación de la onda.**

La ecuación de la onda está dada por:

$$y(x,t) = A\sin(\omega t - kx),$$

donde:

$$A = 5\,\text{m}, \quad \omega = 50\pi\,\text{rad/s}, \quad k = 20\pi\,\text{rad/m}.$$

La velocidad de propagación $v$ de la onda está relacionada con la frecuencia angular y el número de onda mediante:

$$v = \frac{\omega}{k}.$$

Sustituyendo los valores conocidos:

$$v = \frac{50\pi}{20\pi} = \frac{50}{20} = 2{,}5\,\text{m/s}.$$

**Por lo tanto, la velocidad de propagación de la onda es $v = 2{,}5\,\text{m/s}$.**

**ii. La velocidad del punto $x = 0$ de la cuerda en el instante $t = 1\,\text{s}$.**

La velocidad de un punto en la cuerda está dada por la derivada de $y(x,t)$ respecto al tiempo:

$$v(x,t) = \frac{\partial y}{\partial t} = 5\cdot 50\pi\cos(50\pi t - 20\pi x) = 250\pi\cos(50\pi t - 20\pi x).$$

Para $x = 0$ y $t = 1\,\text{s}$:

$$v(0,1) = 250\pi\cos(50\pi\cdot 1 - 0) = 250\pi\cos(50\pi) = 785{,}4\,\text{m/s}.$$

**Por lo tanto, la velocidad del punto $x = 0$ de la cuerda en el instante $t = 1\,\text{s}$ es $v(0,1) = 785{,}4\,\text{m/s}$.**

**iii. La diferencia de fase, en un mismo instante, entre dos puntos separados 1 m.**

La diferencia de fase ($\Delta\phi$) entre dos puntos separados una distancia $\Delta x$ es:

$$\Delta\phi = k \cdot \Delta x.$$

Dado que $k = 20\pi\,\text{rad/m}$ y $\Delta x = 1\,\text{m}$:

$$\Delta\phi = 20\pi \cdot 1 = 20\pi\,\text{rad}.$$

Como la fase es un ángulo periódico con periodo $2\pi$, podemos simplificar:

$$\Delta\phi = 0\,\text{rad}.$$

Esto indica que ambos puntos están en fase.

**Por lo tanto, la diferencia de fase entre dos puntos separados 1 m es 0 rad, lo que significa que están en fase.**

# Ejercicio 4. Física Moderna

a) **Dibuje de forma aproximada la gráfica que representa la energía de enlace por nucleón en función del número másico e indique, razonadamente, a partir de ella, dónde están favorecidos energéticamente los procesos de fusión y fisión nuclear.**

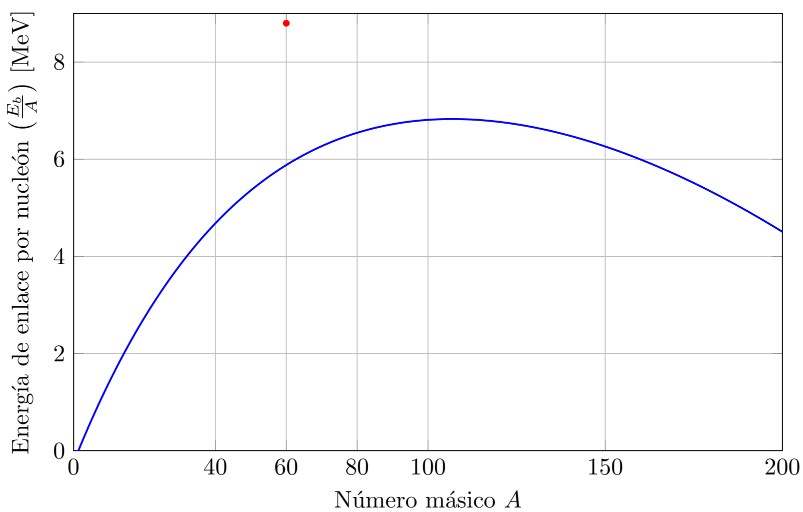
b) **La masa atómica del isótopo $^{14}_{6}C$ es 14,003241 u. Calcule:**
   i. **El defecto de masa.**
   ii. **La energía de enlace por nucleón.**

**Datos: $c = 3 \cdot 10^8$ m s$^{-1}$; 1 u = 1,66 $\cdot 10^{-27}$ kg; $m_p$ = 1,007276 u; $m_n$ = 1,008665 u**

**Solución:**

a) **Dibuje de forma aproximada la gráfica que representa la energía de enlace por nucleón en función del número másico e indique, razonadamente, a partir de ella, dónde están favorecidos energéticamente los procesos de fusión y fisión nuclear.**

La energía de enlace por nucleón ($E_b/A$) de un núcleo atómico varía con el número másico ($A$) de manera característica. A continuación, se presenta una representación gráfica simplificada de esta relación:




- Fusión Nuclear: Observando la gráfica, para núcleos ligeros ($A < 60$), la energía de enlace por nucleón aumenta al incrementar el número másico. Esto indica que la fusión de núcleos ligeros conduce a núcleos más estables con mayor energía de enlace por nucleón. Por ejemplo, la fusión de hidrógeno para formar helio libera una gran cantidad de energía.
- Fisión Nuclear: Para núcleos pesados ($A > 100$), la energía de enlace por nucleón disminuye al aumentar el número másico. Esto sugiere que la fisión de núcleos pesados resulta en núcleos más ligeros que son más estables, liberando energía en el proceso. Un ejemplo típico es la fisión del uranio-235.

Nótese que los núcleos más estables están en $60 < A < 100$.

**Por lo tanto, la gráfica muestra que la fusión nuclear es favorable para núcleos ligeros y la fisión nuclear es favorable para núcleos pesados, ambos procesos incrementan la estabilidad nuclear mediante el aumento de la energía de enlace por nucleón.**

b) **La masa atómica del isótopo $^{14}_{6}C$ es 14,003241 u. Calcule:**
   i. **El defecto de masa.**

El defecto de masa viene dado por

$$\Delta m = Z \cdot m_p + N \cdot m_n - m_{\text{isótopo}},$$

donde:
* $Z = 6$ (número de protones),
* $N = 8$ (número de neutrones),
* $m_p = 1{,}007276\,\text{u}$,
* $m_n = 1{,}008665\,\text{u}$,
* $m_{\text{isótopo}} = 14{,}003241\,\text{u}$.

Sustituyendo los valores:

$$\Delta m = 6 \cdot 1{,}007276\,\text{u} + 8 \cdot 1{,}008665\,\text{u} - 14{,}003241\,\text{u} = 0{,}109735\,\text{u}.$$

Convertimos el defecto de masa a kilogramos:

$$\Delta m = 0{,}109735\,\text{u} \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\text{kg/u} = 1{,}82 \cdot 10^{-28}\,\text{kg}.$$

**Por lo tanto, el defecto de masa es $\boldsymbol{\Delta m = 1{,}82 \cdot 10^{-28}\,\text{kg}}$.**

**ii. La energía de enlace por nucleón.**

La energía de enlace por nucleón es:

$$E_{\text{enlace}} = \frac{\Delta m \cdot c^2}{A},$$

donde:
* $\Delta m = 1{,}82 \cdot 10^{-28}\,\text{kg}$,
* $c = 3 \cdot 10^8\,\text{m s}^{-1}$,
* $A = 14$ (número másico).

Sustituyendo los valores:

$$E_{\text{enlace}} = \frac{1{,}82 \cdot 10^{-28}\,\text{kg} \cdot (3 \cdot 10^8\,\text{m s}^{-1})^2}{14} = 1,17 \cdot 10^{-12}\,\text{J/nucleón}.$$

**Por lo tanto, la energía de enlace por nucleón es $\boldsymbol{1,17 \cdot 10^{-12}\,\text{J/nucleón}}$.**

# Ejercicio 5. Campo Gravitatorio

a) **Dos satélites describen órbitas circulares alrededor de un mismo planeta de masa $M$ y radio $R$. El primero orbita con radio $4R$ y el segundo $9R$.**
   i. **Deduzca la expresión de la velocidad orbital.**
   ii. **Determine la relación entre las velocidades orbitales de ambos satélites.**

b) **Un satélite de 500 kg de masa orbita en torno a la Tierra a una velocidad de $6300\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Calcule:**
   i. **El radio de la órbita del satélite.**
   ii. **El peso del satélite en la órbita.**

**Datos: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2kg^{-2}}$; $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}$**

**Solución:**

a) **Dos satélites describen órbitas circulares alrededor de un mismo planeta de masa $M$ y radio $R$. El primero orbita con radio $4R$ y el segundo $9R$.**
   i. **Deduzca la expresión de la velocidad orbital.**

Para deducir la expresión de la velocidad orbital de un satélite que describe una órbita circular alrededor de un planeta, aplicamos la segunda ley de Newton en su forma de equilibrio de fuerzas centrípeta y gravitatoria:

$$F_{\text{centrípeta}} = F_{\text{gravitatoria}}.$$

La fuerza centrípeta necesaria para mantener al satélite en órbita está dada por:

$$F_{\text{centrípeta}} = \frac{mv^2}{r},$$

donde $m$ es la masa del satélite, $v$ es la velocidad orbital y $r$ es el radio de la órbita. a fuerza gravitatoria que actúa sobre el satélite es:

$$F_{\text{gravitatoria}} = \frac{GMm}{r^2},$$

donde $G$ es la constante de gravitación universal y $M$ es la masa del planeta. Igualando ambas fuerzas:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2}.$$

Cancelamos $m$ y multiplicamos ambos lados por $r$:

$$v^2 = \frac{GM}{r}.$$

Finalmente, despejamos la velocidad orbital $v$:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}.$$

**Por lo tanto, la solución es $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$.**

   ii. **Determine la relación entre las velocidades orbitales de ambos satélites.**

Denotemos por $v_1$ y $v_2$ las velocidades orbitales de los satélites que orbitan a radios $r_1 = 4R$ y $r_2 = 9R$ respectivamente. Según la expresión deducida anteriormente:

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{r_1}} = \sqrt{\frac{GM}{4R}} \quad \text{y} \quad v_2 = \sqrt{\frac{GM}{r_2}} = \sqrt{\frac{GM}{9R}}.$$

Queremos encontrar la relación $v_1/v_2$:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{\frac{GM}{4R}}}{\sqrt{\frac{GM}{9R}}} = \sqrt{\frac{9R}{4R}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}.$$

**Por lo tanto, la velocidad orbital del primer satélite es $\frac{3}{2}$ veces la del segundo satélite, es decir, $v_1 = \frac{3}{2}v_2$.**

b) **Un satélite de 500 kg de masa orbita en torno a la Tierra a una velocidad de 6300 m s$^{-1}$. Calcule:**

i. **El radio de la órbita del satélite.**

Utilizamos la expresión de la velocidad orbital deducida anteriormente:

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}},$$

donde $v = 6300\,\mathrm{m\ s^{-1}}$, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N\ m^2kg^{-2}}$ y $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}$. Despejamos $r$:

$$v^2 = \frac{GM_T}{r} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{GM_T}{v^2}.$$

Sustituyendo los valores conocidos:

$$r = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N\ m^2kg^{-2}} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}}{(6300\,\mathrm{m\ s^{-1}})^2} = 1{,}005 \cdot 10^7\,\mathrm{m}.$$

**Por lo tanto, el radio de la órbita del satélite es $r = 1{,}005 \cdot 10^7$ m.**

ii. **El peso del satélite en la órbita.**

El peso de un objeto en la órbita está dado por la fuerza gravitatoria que actúa sobre él:

$$F = \frac{GM_Tm}{r^2},$$

donde $m = 500\,\mathrm{kg}$, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N\ m^2kg^{-2}}$, $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}$ y $r = 1{,}006 \cdot 10^7\,\mathrm{m}$ (calculado anteriormente). Sustituyendo los valores:

$$F = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24} \cdot 500}{(1{,}006 \cdot 10^7)^2} = 1{,}97 \cdot 10^3\,\mathrm{N}.$$

**Por lo tanto, el peso del satélite en la órbita es $F = 1{,}97 \cdot 10^3$ N.**

# Ejercicio 6. Campo Electromagnético

a) **Una partícula con carga positiva se encuentra dentro de un campo eléctrico uniforme.**
   i. **¿Aumenta o disminuye su energía potencial eléctrica al moverse en la dirección y sentido del campo?**
   ii. **¿Y si se moviera en una dirección perpendicular a dicho campo? Razone las respuestas.**

b) **Una carga de $3 \cdot 10^{-9}$ C está situada en el origen de un sistema de coordenadas. Una segunda carga puntual de $-4 \cdot 10^{-9}$ C se coloca en el punto $(0, 4)$ m. Ayudándose de un esquema, calcule el campo eléctrico y el potencial eléctrico en el punto $(3, 0)$ m.**

**Dato: $K = 9 \cdot 10^9$ N m$^2$C$^{-2}$**

**Solución:**

a) **Una partícula con carga positiva se encuentra dentro de un campo eléctrico uniforme.**
   i. **¿Aumenta o disminuye su energía potencial eléctrica al moverse en la dirección y sentido del campo?**

La energía potencial eléctrica ($E_p$) de una carga $q$ en un campo eléctrico uniforme $\vec{E}$ está dada por:

$$E_p = q \cdot V,$$

donde $V$ es el potencial eléctrico. En un campo eléctrico uniforme, el potencial eléctrico varía linealmente con la posición. Al moverse en la dirección y sentido del campo eléctrico, la carga positiva se desplaza hacia regiones de menor potencial eléctrico. Por lo tanto, su energía potencial eléctrica disminuye.

**Por lo tanto, la energía potencial eléctrica de la partícula disminuye al moverse en la dirección y sentido del campo eléctrico.**

   ii. **¿Y si se moviera en una dirección perpendicular a dicho campo? Razone las respuestas.**

Cuando la partícula se mueve en una dirección perpendicular al campo eléctrico, no hay cambio en la posición a lo largo de la dirección del campo. Dado que el potencial eléctrico depende únicamente de la posición en la dirección del campo, el potencial eléctrico en la posición de la partícula permanece constante durante su movimiento perpendicular. Por lo tanto, la energía potencial eléctrica de la partícula no varía.

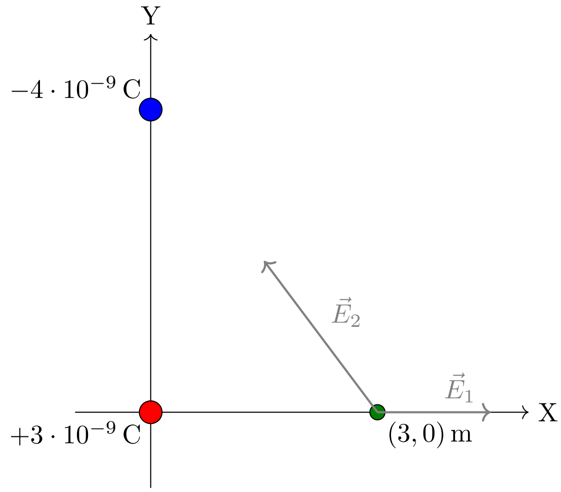
**Por lo tanto, al moverse perpendicularmente al campo eléctrico, la energía potencial eléctrica de la partícula permanece constante.**

b) **Una carga de $3 \cdot 10^{-9}$ C está situada en el origen de un sistema de coordenadas. Una segunda carga puntual de $-4 \cdot 10^{-9}$ C se coloca en el punto $(0, 4)$ m. Ayudándose de un esquema, calcule el campo eléctrico y el potencial eléctrico en el punto $(3, 0)$ m.**

Para calcular el campo eléctrico en el punto $(3, 0)$ m debido a ambas cargas, aplicamos el principio de superposición. El campo eléctrico generado por una carga puntual $q$ en un punto a una distancia $r$ está dado por:

$$\vec{E} = K \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \vec{r},$$

donde $K = 9 \cdot 10^9$ N m$^2$C$^{-2}$ es la constante de Coulomb, $q$ es la carga, $r$ es la distancia desde la carga al punto de interés, y $\vec{r}$ es el vector unitario en la dirección de $r$.




Empezamos con $q_1 = 3 \cdot 10^{-9}$ C en el origen $(0, 0)$. La distancia desde $q_1$ al punto $(3, 0)$ es:

$$r_1 = 3\,\text{m}.$$

El campo eléctrico debido a $q_1$ en $(3, 0)$ es:

$$\vec{E}_1 = K \cdot \frac{q_1}{r_1^2} \cdot \vec{i} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-9}}{9} \cdot \vec{i} = 3 \cdot 10^0 \cdot \vec{i}\,\text{N/C} = 3 \cdot \vec{i}\,\text{N/C}.$$

Hacemos lo mismo con $q_2 = -4 \cdot 10^{-9}$ C en $(0, 4)$. La distancia desde $q_2$ al punto $(3, 0)$ es:

$$r_2 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\,\text{m}.$$

El ángulo $\theta$ entre el eje Y y la línea que une $q_2$ con el punto $(3, 0)$ es tal que $\tan\theta = \frac{3}{4}$, lo que implica $\cos\theta = \frac{4}{5}$ y $\sin\theta = \frac{3}{5}$. El campo eléctrico debido a $q_2$ en $(3, 0)$ es:

$$\vec{E}_2 = K \cdot \frac{q_2}{r_2^2} \cdot \vec{r}_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-4 \cdot 10^{-9}}{25} \cdot \left(\frac{3}{5} \cdot \vec{i} - \frac{4}{5} \cdot \vec{j}\right) = -0,864 \cdot \vec{i} + 1.152 \cdot 10^0 \cdot \vec{j}\,\text{N/C}.$$

Entonces,

$$\vec{E}_{\text{total}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 2,136 \cdot \vec{i} + 1.152 \cdot \vec{j}\,\text{N/C}.$$

El potencial eléctrico $(V)$ en un punto debido a una carga puntual $q$ está dado por:

$$V = K \cdot \frac{q}{r},$$

donde $K = 9 \cdot 10^9\,\text{N m}^2\text{C}^{-2}$, $q$ es la carga, y $r$ es la distancia desde la carga al punto de interés. Aplicamos el principio de superposición para el potencial eléctrico total en el punto $(3, 0)$:

$$V_{\text{total}} = V_1 + V_2,$$

donde:

$$V_1 = K \cdot \frac{q_1}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-9}}{3} = 9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-9} = 9 \cdot 10^0\,\text{V} = 9\,\text{V},$$

$$V_2 = K \cdot \frac{q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-4 \cdot 10^{-9}}{5} = 9 \cdot 10^9 \cdot (-0.8) \cdot 10^{-9} = -7.2 \cdot 10^0\,\text{V} = -7.2\,\text{V}.$$

Entonces,

$$V_{\text{total}} = 9\,\text{V} - 7.2\,\text{V} = 1.8\,\text{V}.$$

**Por lo tanto, el campo eléctrico en el punto $(3, 0)$ m es $2,136 \cdot \vec{i} + 1.152 \cdot \vec{j}$ N/C.y el potencial eléctrico es 1.8 V.**

# Ejercicio 7. Ondas

a) **Un rayo de luz pasa de un medio a otro donde su longitud de onda es mayor.**
   i. **Indique cómo varían la frecuencia y la velocidad de propagación.**
   ii. **Realice un esquema indicando si el haz refractado se aleja o se acerca de la normal.**

b) **Un rayo de luz incide sobre la superficie que separa dos medios de índices de refracción $n_1 = 2{,}37$ y $n_2$ desconocido con un ángulo de incidencia de 16° y uno de refracción de 30°.**
   i. **Haga un esquema del proceso y determine $n_2$.**
   ii. **Calcule a partir de qué ángulo de incidencia no se produce refracción.**

**Solución:**

a) **Un rayo de luz pasa de un medio a otro donde su longitud de onda es mayor.**
   i. **Indique cómo varían la frecuencia y la velocidad de propagación.**

Sabemos que la velocidad de una onda está dada por:

$$v = \lambda \cdot f,$$

donde $v$ es la velocidad de propagación, $\lambda$ es la longitud de onda y $f$ es la frecuencia. Dado que la longitud de onda $\lambda$ aumenta al pasar al segundo medio ($\lambda_2 > \lambda_1$) y que la velocidad de la luz disminuye al entrar en un medio con mayor índice de refracción, tenemos que:

$$v_1 = \lambda_1 \cdot f_1 \quad \text{y} \quad v_2 = \lambda_2 \cdot f_2.$$

Como la frecuencia de la luz permanece constante al pasar de un medio a otro ($f_1 = f_2$), entonces:

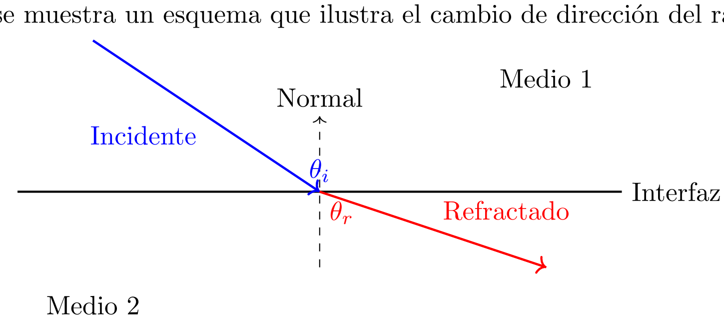
$$v_2 = \lambda_2 \cdot f \quad \text{y} \quad v_1 = \lambda_1 \cdot f.$$

Así, si $\lambda_2 > \lambda_1$, entonces $v_2 > v_1$.

**Por lo tanto, la frecuencia permanece constante y la velocidad de propagación aumenta al pasar a un medio donde la longitud de onda es mayor.**

   ii. **Realice un esquema indicando si el haz refractado se aleja o se acerca de la normal.**

A continuación se muestra un esquema que ilustra el cambio de dirección del rayo refractado:




Por la Ley de Snell:

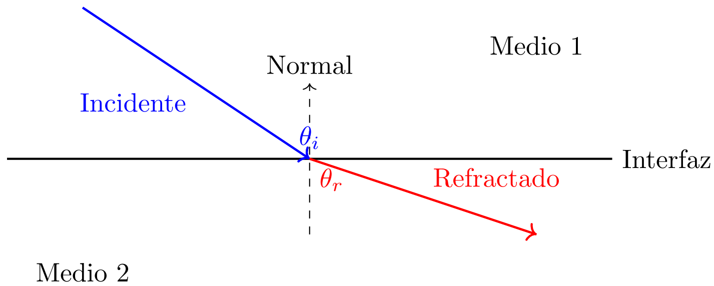
$$\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_r} = \frac{v_1}{v_2} \quad \Rightarrow \quad \sin\theta_i < \sin\theta_r \quad \Rightarrow \quad \theta_i < \theta_r.$$

**Por lo tanto, el haz refractado se aleja de la normal al entrar en el medio donde la longitud de onda es mayor.**

**b) Un rayo de luz incide sobre la superficie que separa dos medios de índices de refracción $n_1 = 2{,}37$ y $n_2$ desconocido con un ángulo de incidencia de 16° y uno de refracción de 30°.**

**i. Haga un esquema del proceso y determine $n_2$.**

A continuación se muestra un esquema del proceso de refracción:




Aplicamos la Ley de Snell:

$$n_1 \cdot \sin\theta_i = n_2 \cdot \sin\theta_r.$$

Sustituyendo los valores conocidos:

$$2{,}37 \cdot \sin 16° = n_2 \cdot \sin 30° \quad \Rightarrow \quad n_2 = 1{,}3046.$$

**Por lo tanto, el índice de refracción del segundo medio es $n_2 = 1{,}30$.**

**ii. Calcule a partir de qué ángulo de incidencia no se produce refracción.**

Este ángulo se conoce como el ángulo crítico, que ocurre cuando el ángulo de refracción es de 90°. Aplicamos la Ley de Snell para encontrar el ángulo crítico $\theta_c$:

$$n_1 \cdot \sin\theta_c = n_2 \cdot \sin 90°.$$

Como $\sin 90° = 1$, tenemos:

$$n_1 \cdot \sin\theta_c = n_2.$$

Despejamos $\sin\theta_c$:

$$\sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1}.$$

Sustituyendo los valores conocidos:

$$\sin\theta_c = \frac{1{,}30}{2{,}37} = 0{,}5485.$$

Calculamos $\theta_c$:

$$\theta_c = \arcsin(0{,}5485) = 33{,}43°.$$

**Por lo tanto, para ángulos de incidencia mayores que 33,43°, no se produce refracción y se produce reflexión total interna.**

# Ejercicio 8. Física Moderna

a) **Al incidir luz roja sobre un determinado metal se produce efecto fotoeléctrico. Explique si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:**
   i. **Si se duplica la intensidad de dicha luz se duplicará también la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos.**
   ii. **Si se ilumina con luz azul no se produce efecto fotoeléctrico.**

b) **Un metal tiene una frecuencia umbral de $2 \cdot 10^{14}$ Hz para que se produzca el efecto fotoeléctrico. Si el metal se ilumina con una radiación de longitud de onda de $2 \cdot 10^{-7}$ m, calcule:**
   i. **La velocidad máxima de los fotoelectrones emitidos.**
   ii. **El potencial de frenado.**

**Datos: $c = 3 \cdot 10^8$ m s$^{-1}$; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C**

**Solución:**

a) **Al incidir luz roja sobre un determinado metal se produce efecto fotoeléctrico. Explique si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:**
   i. **Si se duplica la intensidad de dicha luz se duplicará también la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos.**

Falso. Según la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico:

$$E_{\text{cinética}}^{\text{máx}} = h \cdot f - \phi,$$

donde $E_{\text{cinética}}^{\text{máx}}$ es la energía cinética máxima de los fotoelectrones, $h$ es la constante de Planck, $f$ es la frecuencia de la luz incidente, y $\phi$ es la función de trabajo del metal. En esta ecuación, la energía cinética máxima de los fotoelectrones depende únicamente de la frecuencia de la luz incidente y de la función de trabajo del metal, no de la intensidad de la luz. La intensidad de la luz está relacionada con el número de fotones que inciden por segundo, lo que afecta al número de fotoelectrones emitidos, pero no a la energía cinética máxima de cada uno.

**Por lo tanto, duplicar la intensidad de la luz no duplicará la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos.**

   ii. **Si se ilumina con luz azul no se produce efecto fotoeléctrico.**

Falso. La luz azul tiene una frecuencia mayor que la luz roja. Dado que la frecuencia de la luz azul supera la frecuencia umbral ($f > f_{\text{umbral}}$) necesaria para liberar fotoelectrones del metal, se producirá el efecto fotoeléctrico al iluminar el metal con luz azul.

**Por lo tanto, la afirmación de que la luz azul no produce efecto fotoeléctrico es falsa.**

b) **Un metal tiene una frecuencia umbral de $2 \cdot 10^{14}$ Hz para que se produzca el efecto fotoeléctrico. Si el metal se ilumina con una radiación de longitud de onda de $2 \cdot 10^{-7}$ m, calcule:**
   i. **La velocidad máxima de los fotoelectrones emitidos.**

Primero, determinamos la frecuencia de la radiación incidente utilizando la relación entre la velocidad de la luz, la frecuencia y la longitud de onda:

$$f = \frac{c}{\lambda},$$

donde $c = 3 \cdot 10^8$ m s$^{-1}$ es la velocidad de la luz y $\lambda = 2 \cdot 10^{-7}$ m es la longitud de onda:

$$f = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^{-7}} = 1{,}5 \cdot 10^{15}\,\text{Hz}.$$

Sabiendo que la frecuencia umbral $f_{\text{umbral}} = 2 \cdot 10^{14}\,\text{Hz}$, podemos calcular la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos usando la ecuación de Einstein:

$$E_{\text{cinética}}^{\text{máx}} = h \cdot (f - f_{\text{umbral}}),$$

donde $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s. Entonces,

$$E_{\text{cinética}}^{\text{máx}} = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot (1{,}5 \cdot 10^{15} - 2 \cdot 10^{14}) = 8{,}619 \cdot 10^{-19}\,\text{J}.$$

Ahora, convertimos la energía cinética a velocidad utilizando la relación:

$$E_{\text{cinética}} = \frac{1}{2} m_e v_{\text{máx}}^2,$$

donde $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg. Despejamos $v_{\text{máx}}$:

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{2E_{\text{cinética}}}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8{,}619 \cdot 10^{-19}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} = 1,376 \cdot 10^6\,\text{m/s}.$$

**Por lo tanto, la velocidad máxima de los fotoelectrones emitidos es $\boldsymbol{v_{\text{máx}} = 1{,}376 \cdot 10^{10}}$ m/s.**

**ii. El potencial de frenado.**

El potencial de frenado ($V_f$) es el potencial mínimo que se debe aplicar para detener los fotoelectrones emitidos, relacionándose con la energía cinética máxima mediante:

$$e \cdot V_f = E_{\text{cinética}}^{\text{máx}},$$

donde $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C es la carga elemental. Despejamos $V_f$:

$$V_f = \frac{E_{\text{cinética}}^{\text{máx}}}{e} = \frac{8{,}619 \cdot 10^{-19}\,\text{J}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{C}} = 5{,}39\,\text{V}.$$

**Por lo tanto, el potencial de frenado es $\boldsymbol{V_f = 5{,}39}$ V.**